# Unidad 1 - Introducción a las Vibraciones Mecánicas

Todo en la vida real tiene vibraciones, por eso es importante conocer este fenómeno y su comportamiento. Ejemplos: guitarra, turbina, vehículo, edificio, entre otros.

Cualquier máquina rotante tiene vibraciones, debidas a desbalances.

Las estudiamos para resolver problemas, mejorar la confiabilidad o el rendimiento. Buscamos que el sistema se comporte dentro de los límites que queremos para mejorar el diseño, bajar el mantenimiento y prevenir fallas.

Mediante aislación podemos reducir las vibraciones de un edificio, por ejemplo. Mediante una especie de rodillos en la base.

El control de vibración TMD, agrega una masa pequeña secundaria que produce fuerzas opuestas al movimiento, reduciéndolo.

El control semiactivo se divide en pasivo óptimo (se controla con su propio movimiento) y semiactivo (se modifican ciertos parámetros del sistema de control para que indirectamente controle).

Una diferencia entre ambos es si, por ejemplo, el sistema se sostiene mediante cables, el segundo regula la tensión en estos mientras que el primero solo controla un rango más reducido de vibraciones. El semiactivo depende de una energía interna, el pasivo no.

El control TMD activo, utiliza una masa que se mueve contrario al edificio.

El mismo sistema, pero de péndulo activo, usa un péndulo para equilibrar el edificio.

El control pasivo utiliza un disipador de energía (amortiguador) que produce una fuerza disipativa proporcional a la fuerza de la vibración.

El control TLCD usa un tanque de agua en la parte superior de la estructura.

La vibración es el movimiento oscilatorio de un cuerpo alrededor de una posición de equilibrio.

El objetivo es tratar de comprender el fenómeno, entender cómo sucede y por qué.

Las vibraciones se clasifican en libres (fuerzas de inercia, disipativas, restitutivas) y forzadas.

La carga dinámica es una carga cuya magnitud varía en el tiempo. Se divide en:

1. Determinística: conocemos la carga a lo largo del tiempo.
   1. Periódicas: se repite luego de un periodo.
      1. Armónicas: Tiene una única frecuencia que se repite a lo largo del tiempo en periodos (senoidales).
      2. No armónicas: Tiene varias frecuencias (olas del mar). La carga rotante de un motor la tomamos como armónica.
   2. No periódicas o transientes: No se repiten en el tiempo, ejemplo: explosion de una bomba. Son impulsivas de corta duración. Se considera de corta duración, cuando el periodo es del orden de 1/4 del periodo fundamental del sistema.
2. Aleatoria: Comportamiento muy difícil de predecir (sismo, viento).

Si la carga es aleatoria, la respuesta también va a ser aleatoria.

**SISTEMAS DINÁMICOS**

Analizamos ciertos puntos o masas concentradas del sistema a los que asignamos como parámetros.

Las coordenadas generalizadas son las direcciones de traslación o rotación de los puntos o masas de estudio. Representan el movimiento o la configuración deformada del sistema.

El número de grados de libertad es el número de coordenadas generalizadas mediante el cual podemos representar adecuadamente el sistema dinámico.

En los problemas dinámicos tanto la carga como la respuesta varían en función del tiempo. Intervienen las fuerzas disipativas y de inercia, además de las externas y elásticas que solo estas afectan en los problemas estáticos.

Dinámicamente la respuesta va a ser una sucesión de soluciones, que varían respecto al tiempo. En estática es solo una.

En los problemas estáticos son ecuaciones algebraicas, en las dinámicas son diferenciales.

Los sistemas dinámicos se dividen en:

1. Lineales: Son deterministas y su comportamiento mantiene el principio de superposición.
2. No lineales: No se aplica el principio de superposición. El sistema depende mucho de su estado inicial (historia).
3. Discretos: Es aquel sistema que tiene masas concentradas que se vinculan entre sí a través de elementos elásticos (resortes) y elementos disipativos (amortiguadores), representado por un número finito de grados de libertad.
4. Continuos: Es aquel que tiene un número infinito de grados de libertad. La masa y la rigidez no está concentrada en puntos, sino que está distribuida.

El principio de superposición es aquel que permite que uno pueda calcular la respuesta completa a un sistema bajo distintos sistemas de carga, superponiendo las respuestas.

La finalidad de la materia es aprender a obtener modelos matemáticos de los sistemas y sus respuestas.

Como elementos de disipación veremos: Amortiguamiento viscoso, histerético y Coulomb (fricción seca).

# Unidad 2 - Sistemas con un grado de libertad

Para la representación del problema a través del modelo de la segunda ley de Newton seleccionamos los parámetros más importantes que van a representar a los cuerpos, identificamos las coordenadas generalizadas, las definimos. Podemos determinar su posición cuando está estático, aplicamos las fuerzas interactuantes y después aplicamos la segunda ley.

El sistema de un grado de libertad tiene un resorte, masa y puede tener un amortiguador.

D’Alembert planteó al producto de la masa por aceleración como una fuerza de inercia, esta es una fuerza ficticia porque ninguna fuerza externa tiene esta magnitud. Además, pasó este miembro al otro lado de la ecuación representando el equilibrio dinámico del sistema.

Definimos la dirección de movimiento del sistema, por ejemplo, si tiene un pivot podemos decir que rota entonces la variable que representa la coordenada generalizada es un ángulo.

PRINCIPIO DE LOS DESPLAZAMIENTOS VIRTUALES

Si un sistema dinámico que está en equilibrio bajo la acción de un conjunto de fuerzas, se somete a un desplazamiento virtual, entonces el trabajo virtual total realizado por todas las fuerzas, incluyendo la fuerza de inercia, es igual a cero.

La fuerza de inercia se opone al movimiento, por eso tiene la misma dirección que la fuerza elástica.

Las coordenadas independientes no cambian a lo largo del tiempo si otras cambian.

En el funcional de Hamilton intervienen la energía cinética, la energía potencial y el trabajo producido por la fuerza externa.

A las fuerzas no viscosas las llevamos a viscosas equivalentes con la función de Rayleigh para facilitar la resolución de problemas.

# Unidad 3 - Respuesta en vibraciones libres

Las vibraciones libres se dan cuando el sistema vibra por sí solo, se dispara una cierta energía inicial y comienza a vibrar debido a esa energía sin una carga externa. En este sistema dinámico, las fuerzas que afectan son las intrínsecas (inercia, elásticas y disipativas).

En sistemas subamortiguados para xita<0,2 tenemos que la relación de velocidades (forzada/natural) es muy cercana a 1, para estas condiciones podemos plantear que las velocidades son iguales.

El decremento logarítmico (delta) mide la velocidad de decaimiento. Cuando es grande, el decaimiento es grande y viceversa.

**ENERGÍA DISIPADA POR AMORTIGUADOR VISCOSO**

Se puede observar que el área encerrada por la curva es la energía disipada.

Si el ciclo lo hago al doble de frecuencia (mitad de tiempo) entonces disipo el doble de la energía. Esto es porque la fuerza es mayor porque depende de la velocidad.

**ENERGÍA DISIPADA POR UN DISIPADOR CON FRICCIÓN SECA (COULOMB)**

En el capítulo 1 de Engineering Vibration está el estudio de un amortiguador por fricción.

**ENERGÍA DISIPADA POR AMORTIGUADOR HISTERÉTICO**

En este amortiguador la energía se disipa por fricción entre las moléculas que constituyen el material.

El amortiguador histerético hecho de plomo no requiere de mantenimiento a diferencia del acero o del aluminio que sí hay que hacerle mantenimiento porque se va deteriorando con el número de ciclos.

Varios ejercicios los saca de Dynamics of Structures o de Engineering Vibration.

# Unidad 4 - Respuesta a cargas armónicas

La carga armónica es una carga que tiene forma senoidal o cosenoidal y tiene una única frecuencia.

La respuesta particular con exponente no existe, la defino así para obtener una respuesta más completa.

La función de respuesta en frecuencia es el parámetro más importante que define a un sistema porque me da la partida de nacimiento del sistema. Conociéndolo, ya voy a saber cómo se va a comportar el sistema.

X es la amplitud de la respuesta del sistema, en el cociente X/δ. Delta es el desplazamiento estático que es igual a la amplitud de la carga dividido k.

La relación entre la amplitud del desplazamiento dinámico (X) y la del estático (δ) es el factor de magnificación dinámica. Este factor representa cuántas veces es más grande o es más chica la amplitud de desplazamiento dinámico respecto a la del estático.

Los gráficos de Amplitud-Relación de Frecuencia y Ángulo de fase-Relación de Frecuencia son los más importantes de la materia.

La amplitud de la respuesta forzada se reduce con el incremento de la frecuencia de la carga.

Para obtener los valores máximos de las curvas para cada xita, derivo D respecto a r.

Analizar diagramas fasoriales.

La respuesta permanente es la que nos interesa analizar desde el punto de vista mecánico. Esta respuesta es la que permanece en el tiempo, la homogénea o transitoria tiende a cero.

**AISLAMIENTO**

Las tres formas de aislar o combatir las vibraciones son:

* Aíslo la fuente
* Rompo o impido el camino de las vibraciones
* Aíslo el receptor

La transmisibilidad de fuerza es la fracción de la fuerza transmitida respecto a la perturbadora.

El aislamiento se logra cuando la fuerza transmitida es menor a la perturbadora, es decir, cuando la transmisibilidad es menor a 1.

La transmisibilidad de desplazamiento es la relación entre la amplitud del desplazamiento de la masa estudiada y la del desplazamiento del soporte.

La mayor parte de la fuerza que se transmite del soporte es la del resorte.

**SENSORES DE VIBRACIÓN**

Veremos los mecánicos, no obstante, también hay ópticos, inductivos, entre otros.

Un sensor está formado por un bastidor y un sistema masa-resorte amortiguado.

El indicador nos da Z, que representa cuánto se mueve la masa respecto al soporte, el movimiento relativo.

Las características del sismómetro son que tiene que tener frecuencias naturales muy bajas, una masa grande y un k muy chico. Este último es para que la frecuencia natural sea muy baja, con esto aumento el rango de medición.

Los sensores de aceleración tienen frecuencias muy altas del orden de mil, dos mil o cinco mil Hertz, para aumentar el rango de trabajo. El rango es el 60% de la frecuencia natural. En los sensores de desplazamiento es al revés, el rango es dos o tres veces la frecuencia natural.

La desventaja es que necesita un amplificador de señal para mejorar la precisión del instrumento ya que es un instrumento muy chico (masa chica), su frecuencia y rigidez son muy grandes.

El sensor de velocidad utiliza una bobina móvil que se mueve con la masa y una fija que termina midiendo la velocidad relativa de la masa. Esta me induce una tensión proporcional, como la velocidad relativa es la velocidad del soporte entonces la tensión es proporcional al soporte.

# Unidad 5 - Respuesta a cargas periódicas

La carga periódica es una carga que se repite a lo largo del tiempo, está formada por un conjunto de armónicas. Tiene distintas frecuencias. La frecuencia de los armónicos son múltiplos de la frecuencia fundamental.

La nomenclatura j nos indica el número de armónico.

La respuesta total del sistema la podemos expresar como la suma de estas componentes de la serie de Fourier porque el sistema es lineal. Si no lo es, entonces no es posible aplicar el principio de superposición.

Generalmente calculando los primeros 5 o 10 armónicos, ya tenemos una respuesta bastante aproximada del sistema.

Para obtener los valores de A y B tenemos que despejar estos valores a partir de las condiciones iniciales de posición y velocidad.

**CARGAS TRANSITORIAS**

Las analizamos como una carga periódica suponiendo que su periodo es de cinco a diez veces la duración de la carga.

Cuando el periodo tiende al infinito el espectro de frecuencias en vez de ser discreto es continuo.

Cuando la carga es no periódica la podemos expresar, no en términos de la Serie de Fourier, sino en términos de la Integral de Fourier.

Como no podemos resolver la integral cerrada, o implica alta complejidad su cálculo, optamos por realizar la transformada discreta de Fourier.

La frecuencia de muestreo es la frecuencia a la que yo estoy discretizando la señal analógica o digitalizándola en una señal digital.

El teorema del muestreo nos dice que la frecuencia máxima del armónico mayor tiene que ser la mitad de la frecuencia de muestreo. En otros términos, la cantidad de armónicos que definen nuestra respuesta del sistema a través de Series de Fourier es la mitad de la cantidad de puntos discretos de muestreo. Si esto no se cumple aparece el fenómeno de aliasing.

Este fenómeno describe que las amplitudes espectrales por encima de la frecuencia de corte (fs/2), se reflejan, como si la frecuencia de corte delimitara un espejo, en la zona anterior. La magnitud de los espectros se modifica porque se suman estas amplitudes reflejadas.

Una regla práctica es que fs sea de 5 a 10 veces mayor que la frecuencia máxima del armónico mayor de la señal.

Al menos hay que elegir dos parámetros independientes, uno en el dominio del tiempo y otro en el de la frecuencia. Seleccionando fs, obtenemos delta t; con el periodo tau, queda definida la frecuencia del armónico fundamental.

# Unidad 6 - Respuesta a cargas genéricas

Cuando nuestro sistema está bajo un impulso unitario, la respuesta x(t) la denominamos g(t). Esta es la función respuesta al impulso unitario.

La respuesta del sistema x(t) es igual al producto entre la magnitud del impulso no unitario y la función respuesta al impulso unitario.

Para cargas genéricas, donde no conocemos la función que nos brinde la magnitud de la carga a lo largo del tiempo, discretizamos la carga y la analizamos como una sucesión de impulsos. Sumando estos impulsos, teniendo en cuenta el instante en el que ocurren, podemos obtener la respuesta del sistema a la carga completa.

En el caso de que el sistema sea amortiguado, para calcular los términos A y B utilizamos omega d en las ecuaciones.

La transformada de Fourier de nuestra carga con la función Delta de Dirac es 1, para todas las frecuencias. Por eso se le llama ruido blanco, ese nombre es porque el blanco es la suma de todos los colores y con la misma amplitud.

La transformada directa de una función respuesta en el dominio del tiempo me da la función de respuesta en el dominio de la frecuencia. A su vez, la transformada inversa de la función de respuesta en el dominio de la frecuencia nos da la función de respuesta en el dominio del tiempo.

Los métodos paso a paso nos permiten obtener la respuesta del sistema frente a la carga. Estos se clasifican en:

Explícitos: la respuesta actual depende de parámetros calculados en pasos anteriores.

Implícitos: la respuesta actual depende no solo de parámetros calculados en pasos anteriores sino también de parámetros calculados en el paso actual.

Los explícitos necesitan un paso de tiempo más chico que los implícitos. Los primeros son más rápidos.

Para carga de tipo impacto y sistema no lineal, conviene el método explícito. Para cargas con determinada duración en el tiempo y el sistema lineal, conviene el implícito.

# Unidad 7 - Sistemas con Múltiples Grados de Libertad

Generalmente la matriz K y la matriz m son simétricas por eso se dice que todo el problema de autovalores y autovectores es simétrico.

Si todos los elementos del vector de incógnitas X son cero, ese caso no nos interesa porque todas las masas están en reposo y no tienen amplitud.

La matriz (k-w^2n) es llamada matriz de rigidez dinámica.

Un sistema de n grados de libertad tiene n frecuencias naturales y n formas de vibrar. Las frecuencias provienen de los autovalores y las formas de vibrar de los autovectores asociados a esos autovalores.

La matriz de rigidez dinámica tiene determinante nulo, esto quiere decir que su matriz es singular.

Se dice que el sistema de ecuaciones es indeterminado, o sea que el vector X no puede ser precisamente determinado. Puedo obtener una relación entre los elementos de X.

Si cumplen las 2 condiciones de ortogonalidad, entonces las matrices analizadas son ortogonales respecto a las matrices de masa y rigidez.

Cuando i es igual a j entonces obtenemos escalares M y K, estos se denominan masa modal y rigidez modal.

**VIBRACIONES FORZADAS EN SISTEMAS NO AMORTIGUADOS**

Mediante la descomposición modal, se cambian las coordenadas geométricas a coordenadas modales y se resuelve en este espacio al sistema de ecuaciones diferenciales desacopladas, como un sistema común de un grado de libertad.

**VIBRACIONES FORZADAS EN SISTEMAS AMORTIGUADOS**

Se crea una matriz c para que, al premultiplicarla por la matriz modal traspuesta y por la matriz modal, se diagonalice. Esta matriz debe ser proporcional a m y a k.

Para resolver la ecuación diferencial debo obtener los xita i, no los alfa y beta que son los factores que afectan a m y a k en la matriz c.

Los valores de xita pueden ser del 1%, 1-2% para el acero y hasta el 5% para un sistema de hormigón.

Se recomienda determinar experimentalmente el amortiguamiento mediante el uso del análisis de vibraciones. En las unidades anteriores lo hacíamos por el método del decremento logarítmico.

# Unidad 8 - Sistemas Continuos

Se define a la viga como un elemento prismático, donde una dimensión es mucho más grande que las otras dos. Tiene una sección constante a lo largo de toda la longitud y mientras se encuentra vibrando, las secciones paralelas se mantienen planas.

La carga está distribuida a lo largo de la longitud y es función del espacio y del tiempo. A partir del principio de D’Alembert podemos obtener la ecuación característica. Seleccionamos un diferencial de la viga y analizamos el diagrama de cuerpo libre correspondiente.

En la ecuación de movimiento de la viga tenemos tres miembros:

* La fuerza elástica.
* La fuerza de inercia.
* La carga externa.

No se tomaron en cuenta las deformaciones por corte y la inercia rotacional.

El seno hiperbólico vale 0 cuando x=0 y tiene valores positivos y negativos según x. El coseno hiperbólico nunca toma valores menores a 1.

Cuando analizamos la solución nos interesa cuando A es distinto de 0. Porque en la solución trivial el sistema está en reposo (A=0).

La ecuación Fi sub n nos da la forma en que se va a deformar la viga. La forma de vibración.

La solución completa va a ser la combinación lineal de las infinitas soluciones para los diferentes modos de vibración.

Fi m y Fi n los encontramos de tabla, son las frecuencias y modos de vibración para el elemento en estudio.